

УДК 551.511

САМООРГАНИЗАЦИЯ ТОРНАДО И УРАГАНОВ В АТМОСФЕРНЫХ ТЕЧЕНИЯХ С МЕЗОМАСШТАБНЫМИ ВИХРЯМИ

© 2004 г. С. А. Арсеньев, А. Ю. Губарь, В. Н. Николаевский

Представлено академиком Г.С. Голицыным 24. 11. 2003 г.

Поступило 28. 11. 2003 г.

Мезомасштабные турбулентные вихри в нормальных атмосферных течениях имеют характерные размеры 10–100 м, а в областях с преобладающей термической конвекцией в 10–50 раз больше [1, с. 45]. Мезовихри уверенно выделяются наземными радарными, самолетами и космическими аппаратами, наблюдающими торнадо и ураганы, а также моделируются на лабораторных установках и их изучают в теории гидродинамической устойчивости [2–5]. Однако вклад мезовихрей в динамику торнадо и ураганов при классическом подходе исследовать нельзя из-за недостаточного пространственного разрешения существующих численных моделей [5]. Эта проблема решается в данной работе с помощью теории турбулентности [6–8], которая выделяет мезовихри в явном виде как элементы внутренней структуры течения на этапе осреднения уравнений Навье–Стокса по расчетным ячейкам. Здесь мы покажем, что при формировании торнадо и ураганов возможно усиление скорости ветра в 100 и более раз за счет достаточно большой начальной интенсивности мезовихрей.

Исследуем простую, нестационарную, осесимметричную, свободную от влияния твердых границ модель торнадо или урагана в форме колонны, все параметры которой не зависят от вертикальной координаты и азимутального угла, но меняются по радиусу. Тогда после осреднения [6, 7] балансы импульса, момента импульса и уравнение для эволюции момента инерции мезовихря имеют безразмерный вид

$$\frac{\partial V}{\partial t} = D[\alpha; V] - \frac{V}{r^2} \frac{\partial(\alpha r)}{\partial r} - S_v \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{\gamma}{r} \frac{\partial(rV)}{\partial r} \right] + 2\Pi_v \frac{\partial(\gamma F)}{\partial r}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = M_v D[\eta; F] - (M_v + I_v) \frac{\gamma \Pi_v F}{\Pi_m J} + (M_v + I_v) \frac{\gamma S_v \Omega}{\Pi_m J} + (\eta M_v + \zeta I_v) \frac{\partial J}{\partial r} \frac{\partial F}{\partial r}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial J}{\partial t} = I_v D[\zeta; J], \quad (3)$$

где $\Omega = \frac{1}{2} r \frac{\partial}{\partial r} rV$ – вертикальная составляющая макровихря (безразмерная макрозавихренность), $F = \Omega + \omega$ – суммарный вихрь, ω – мезозавихренность, оператор диффузии для функций f и G

$$D[f; G] \equiv \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r f \frac{\partial G}{\partial r}.$$

Правая часть (2) получается комбинацией асимметричного тензора Рейнольдса и тензора моментных напряжений в результате преобразований баланса момента импульса FJ и эволюции момента инерции J [6–10]. Баланс масс выполняется при этом автоматически, баланс радиальной компоненты импульса является циклострофическим: $V^2 = r \frac{\partial p}{\partial r}$. Связь с размерными величинами

осуществляется посредством масштабных множителей $V_0, \omega_0, \Omega_0 = \frac{V_0}{R_0}, J_0, p_0 = \rho (V_0)^2$ ($\rho = \text{const}$ – плотность воздуха), $\alpha_0, \zeta_0, \eta_0, \gamma_0, R_0$ и характерного времени диффузии глобального движения $t_0 = \frac{R_0^2}{\alpha_0}$,

соответствующих физическому явлению (торнадо или ураган). Мы выбираем все множители, кроме R_0 , как максимальные значения в начальный момент времени, а в качестве R_0 берем (конечный) радиус носителя начальной мезозавихренности. Тогда все начальные данные системы (1)–(3) име-

ют порядок единицы, и поведение системы характеризуется пятью параметрами подобия:

$$\Pi_v = S_v \left(1 + \frac{\omega_0}{\Omega_0}\right) \equiv S_v \frac{F_0}{\Omega_0};$$

$$\Pi_m = \frac{1}{4}(M_v + I_v) \frac{F_0 J_0}{\Omega_0 R_0^2},$$

$$M_v = \frac{2\eta_0}{\alpha_0}; \quad I_v = \frac{\zeta_0}{\alpha_0}; \quad S_v = \frac{\gamma_0}{\alpha_0}.$$

Система (1)–(3) термодинамически замкнута и состоит из двух открытых подсистем A и B , соответствующих макродвижениям (A) и мезодвижениям (B). В системе $A + B$ удельная плотность энергии $E = \left| \frac{V_i^2}{2} \right| + \left| \frac{JF_i^2}{2} \right|$ удовлетворяет уравнению

$$\frac{dE}{dt} = -\frac{\alpha}{2}(e_{ij})^2 - 4\gamma\omega_i\omega_i - 2\eta J \left(\frac{\partial F}{\partial x_j}\right)^2 + \frac{\partial B_j}{\partial x_j}, \quad (4)$$

$$e_{ij} \equiv \frac{\partial V_i}{\partial x_j} + \frac{\partial V_j}{\partial x_i}, \quad (5)$$

$$B_j \equiv \eta J \frac{\partial F^2}{\partial x_j} + \frac{\zeta F^2}{2} \frac{\partial J}{\partial x_j} + \alpha V_i e_{ij} - V_j \frac{P}{\rho}.$$

Здесь все величины размерные, причем последний член в (4), описывающий дивергенцию плотности потока энергии, исчезает при интегрировании по объему Δ изучаемой области в силу отсутствия внешних потоков. Из (4), (5) следует, что суммарная энергия системы

$$E_{sum}(t) = \iiint_{\Delta} \rho \left(\left| \frac{V_i^2}{2} \right| + \left| \frac{JF_i^2}{2} \right| \right) dx_1 dx_2 dx_3 \equiv E_A(t) + E_B(t)$$

всегда убывает за счет диссипации, однако при некоторых начальных условиях возможен рост кинетической энергии макровихря $E_A(t)$ за счет убыли энергии мезодвижения $E_B(t)$ (и наоборот).

Для замыкания системы (1)–(3) положим $C = C_m + \kappa J_*$ ($\omega_{bk} + |\omega|$), где C – любой из коэффициентов вязкости α , η , γ и C_m – его молекулярное значение, $\kappa = \text{const}$, ω_{bk} – фоновое значение мезозавихренности, $J_* = \text{const}$ – среднее значение момента инерции. При ламинарном течении: $C_m = \nu_0$ – молекулярная вязкость среды (включается в α и η), $C_m = -\nu_0$ (входит в вязкость ζ), но $C_m = 0$ для вращательной вязкости γ . Фоновую мезозавихренность ω_{bk} разумно соотносить с масштабом начальной мезозавихренности ω_0 : $\omega_{bk} = a_\omega \omega_0$, где $a_\omega \ll 1$. Далее, поскольку $a_\omega \ll 1$ и $|C_m| \ll \kappa J_1 (\omega_{bk} + |\omega|)$, считаем, что коэффициенты турбулентной вязкости пропорциональны и параметры подобия M_v , I_v , S_v постоянны. Малость C_m соответствует гипотезе $C \sim |\omega|$, принятой в [8–10].

Система уравнений (1)–(3) интегрировалась численно расщепленным методом Рунге–Кутты 4-го порядка. В прогонке на каждом слое и шаге применялась абсолютно устойчивая неявная схема, причем шаг по времени τ выбирался из условия Куранта для обеспечения заданной фактической погрешности в нелинейной задаче: $\tau < \frac{h^2}{2C_{\max}}$,

где $C_{\max} = \max\{\alpha, \gamma, \eta, \zeta\}(r, t)$ и h – шаг по пространству. Алгоритм был проверен сравнением результатов с ранними расчетами [9] и автомодельными решениями нелинейных [10] и линейных задач. Начальные условия выбирались в виде цилиндрических профилей, изображенных на рис. 1. Для размерного J принято $J = J_{bk}$ при $r \rightarrow \infty$, где J_{bk} – фоновое значение момента инерции мезовихрей в окружающей атмосфере, которое полагалось равным $0.05J_0$, где J_0 – максимум J в зоне начального макродвижения. Граничные условия всегда выбирались как нулевые второго рода в центре материнской области и на бесконечности; для скорости V в центре области – как нулевые первого рода. Поскольку P есть возмущение давления, то $P(\infty, t) = 0$.

Численные эксперименты проводились в широком диапазоне соотношений начальных параметров мезо- и макродвижений, т.е. критериев подобия Π_v и Π_m и их логарифмов $\ln \Pi_v, \ln \Pi_m \in [-4; +8]$ и в диапазоне $D = \{M_v \in [0.1; 1]; I_v \in [0.1; 1], S_v \in [0.01; 0.0001]\}$ параметров подобия, характерных для циклонов земной тропосферы. Параметр фоновой интенсивности мезовихрей a_ω варьировался в диапазоне $N = \{a_\omega | a_\omega \in [0; 0.125]\}$. Было обнаружено (с относительной счетной погрешностью ϵ_0 , не превосходящей 0.3%), что в диапазоне $N \cup D$ при достаточно больших Π_v и Π_m возможен быстрый (за безразмерные времена t порядка 1) рост модуля скорости максимальных ветров $V_M(t) = \max\{|V(r, t)|; r \in [0; 10]\}$ (при безразмерных

$$r > 10 \text{ и } t > 3: V_M(t) \ll \epsilon_1 \ll \min \left\{ \epsilon_0; \frac{1}{\Pi_v}; \frac{1}{\Pi_m} \right\} <$$

< 0.003). Поскольку стационарное решение диф-

фузионной задачи (1)–(3) при внешних нулевых потоках тривиально $\{V = F = \omega = 0, J = \text{const} < 1\}$, скорость $V_M(t)$ имеет хотя бы один максимум на полуоси $t \in [0; \infty]$. Так как система $A + B$ замкнута, есть основания полагать, что при достаточно больших темпах роста $V_M(t)$ первый максимум $V_{1M}(t)$ является абсолютным, так как источником энергии для A является B , а энергия всей системы $A + B$ убывает со временем. Поэтому нужно определить коэффициент усиления макродвижения $K = V_{1M}(t)$ и время развития макровихря

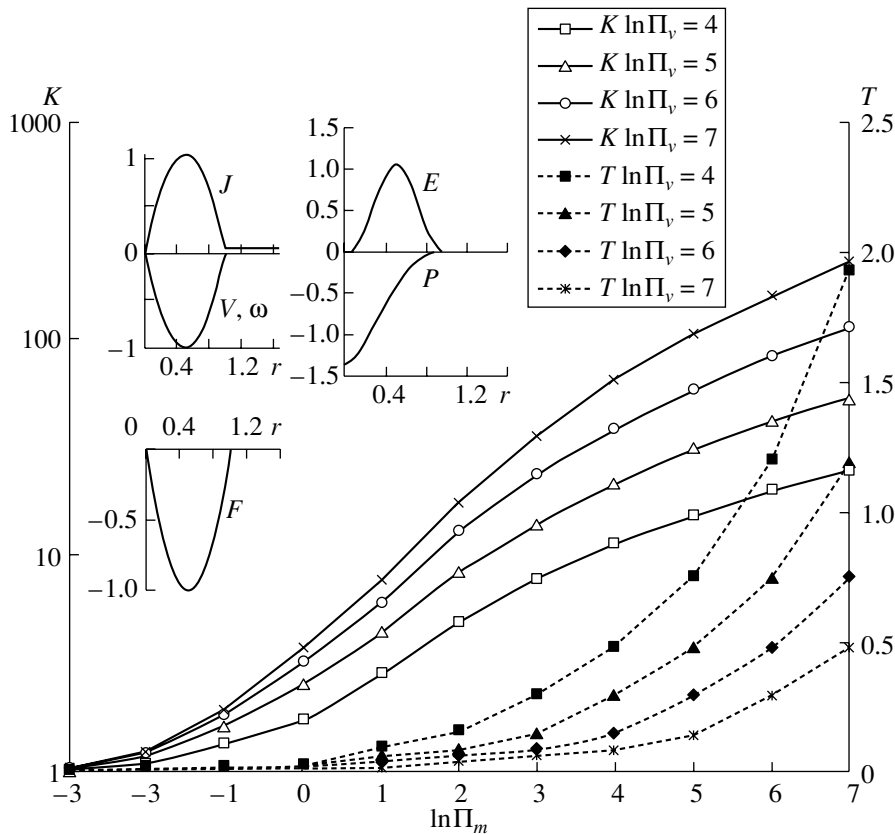


Рис. 1. Начальные радиальные распределения безразмерных значений V , ω , F , J , P , E , коэффициент усиления K и время развития T при разных значениях чисел Π_m и Π_v ($M_v = 1$, $I_v = 1$, $S_v = 0.001$, $a_\omega = 0.125$).

$T = \arg[V_{1M}(t)]$, а также диапазон чисел Π_v , Π_m в области параметров турбулентности $N \cup D$, т.е. найти “линию нейтральной устойчивости”: $K = 1$.

Численные эксперименты показали, что в области $N \cup D$ усиление макровихря, то есть условие $K > 1$, происходит при $\ln \Pi_v \geq L_0 \approx 3.87$ (при $\ln \Pi_m = 1$, $a_\omega = 0$, $D_T \equiv \{M_v; I_v; S_v\} = \{1; 1; 0.001\} \equiv D_{T1}$), со слабым (не более 1% в исследуемом диапазоне) падением порога L_0 при увеличении Π_m , еще более слабым (в пределах ошибок) падением L_0 с пропорциональным уменьшением D_T и незначительным (порядка 5%) ростом L_0 при увеличении a_ω в диапазоне N . Более точное определение “линии нейтральной устойчивости” макровихря осложняется тем, что в этой области наблюдаются слабые квазипериодические пульсации $V_M(t)$ около единицы и для нахождения локальной численной асимптотики $V_M(t)$ требуются объемы вычислительного времени, экспоненциально растущие с приближением к “линии нейтральной устойчивости”.

На рис. 1 представлены коэффициенты усиления K и времена развития T макровихря для $D_T = D_{T1}$, $a_\omega = 0.125$ при разных значениях $\ln \Pi_m$ и $\ln \Pi_v > L_0$. Видно, что коэффициент усиления макровихря K может достигать сотен единиц при $T \sim 1$.

С уменьшением значений D_T и a_ω и при увеличении Π_m амплитуда скорости макродвижения может превышать начальную скорость в тысячу и более (!) раз при вполне допустимых значениях начальных параметров. Оба критерия Π_m и Π_v пропорциональны отношению энергии (и момента) на мезоуровне (B) к энергии (и моменту) на макроуровне (A). Так как K растет с ростом чисел Π_m и Π_v , начальная концентрация энергии (и/или момента) на мезоуровне может порождать сильнейшие движения на макроуровне, в данном случае торнадо, ураган, циклон или бурю.

На рис. 2 представлен расчет урагана в размерной форме в последовательные моменты времени при следующих начальных данных (безразмерные начальные профили показаны на рис. 1): радиус материнской области (по радиусу максимальных ветров $V_0 = 0.75$ м/с) равен 16 км (радиус носителя $R_0 = 32$ км;), максимальное начальное значение сдвиговой турбулентной вязкости $\alpha_0 = 3000$ м²/с (по данным [11] турбулентная вязкость для циклонов, ураганов и торнадо может достигать 10^4 м²/с), максимум модуля мезозавихренности $\omega_0 = 9.4$ с⁻¹ (начальная завихренность материнской области $\Omega_0 = 1.6 \cdot 10^{-5}$ с⁻¹), характер-

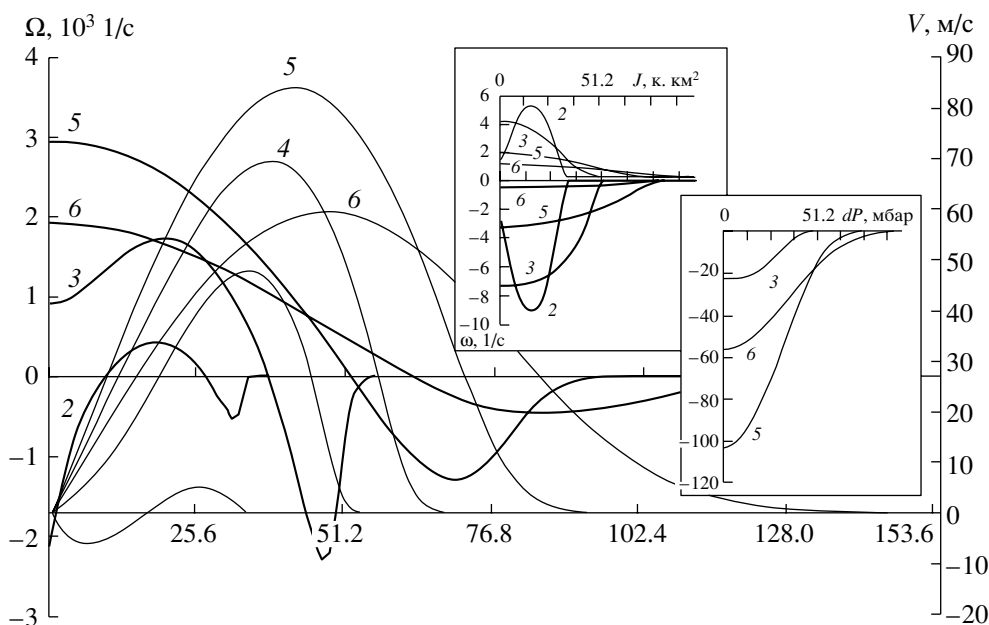


Рис. 2. Расчет радиальных профилей суперурагана в последовательные моменты времени: 0 с (1); 20 мин 9 с (2); 9 ч 31 мин (3); 23 ч 48 мин (4); 2 сут 23 ч (5); 11 сут 21 ч (6). Жирными линиями показаны профили макро- и мезовихренностей; по осям абсцисс – расстояние R в км от центра; приведены только правые части графиков вследствие их симметрии относительно глаза бури, который находится в начале координат.

ный* размер мезовихря $l_0 = (J_0)^{1/2} = 2.26$ км. Это соответствует критериям подобия: $D_T = D_{T1}$, $\Pi_v = 400$, $\Pi_m = 1000$, $a_\omega = 0.125$. Из рис. 2 видно, что незначительное ($1.6 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$) начальное антициклоническое (примем положительные значения V за циклонические) вращение достаточно крупного (16 км) ядра, среди гораздо более мелких (~2 км), но гораздо более интенсивных (9.4 с^{-1}) мезо-масштабных антициклонов, за считанные часы становится мощным и быстро растущим циклоном, уже через 10 ч достигая ураганной силы ветра в 48 м/с (профиль 3), а через трое суток (5) – до 90 м/с, с твердотельным вращением и аномалией давления до 105 мбар в “глазе” урагана. При этом радиус максимальных ветров достигает 45–50 км. Мезовихревые процессы на стадии развития урагана также усиливаются, приближаясь к ядру и охватывая все большую площадь на периферии. Это согласуется с данными лабораторных экспериментов и космических наблюдений ураганов [4]. Если сравнить профили 5–6 с данными по урагану Целия [11], в котором скорость ветра достигала 62 м/с на радиусе около 50 км, то мы получим замечательное совпадение с расчетом. Отметим, что начальный антициклон в данном случае был очень слабым – 0.75 м/с (!). Максимальная аномалия давления dP достигла 105 мбар (профиль 5).

* Истинный зависит от твердотельной или дифференциальной модели вращения мезовихря.

Наибольшее значение dP , когда-либо наблюдавшееся в ураганах, составляет 155 мбар [12].

Торнадо характеризуется меньшими временами и расстояниями и очень крутым наступлением зоны максимальных ветров [2] при той же турбулентной вязкости α_0 , что диктует меньшие значения фона a_ω . Поэтому положим $a_\omega = 0.01$; $\alpha_0 = 3000 \text{ м}^2/\text{с}$. С другой стороны, текущая интенсивность образования мезовихрей под материнским облаком торнадо может быть гораздо большей, чем в тропическом циклоне; пусть, например, $\Pi_m = 8000$. Отношения коэффициентов турбулентности D_T оставим теми же и зададим $V_0 = 1.5 \text{ м/с}$ и $R_0 = 32 \text{ км}$. Тогда развитие торнадо за времена T порядка часа при начальной интенсивности мезовихрей $\sim 140 \text{ 1/с} = \frac{140}{2\pi} \text{ Гц} \approx 22 \text{ Гц}$ и достаточно большом коэффициенте усиления $K \sim 100$ приводит к относительно малым Π_v (но превосходящим $\Pi_{v \text{ кр}} = \exp L_0 \approx 48$). Выберем $\Pi_v = 140$.

Используя эти данные, получим в модели (1)–(3) эволюцию мощнейшего торнадо категории F5 с максимальной прогнозируемой скоростью ветра 137 м/с (рис. 3). Подобное торнадо наблюдалось 2 сентября 1935 г. во Флориде (США), когда скорость ветра достигла 500 км/ч, а давление упало до 759 гПа (мбар), [2]. На рис. 4 показано рождение торнадо. Хорошо видно, что уже за первые пять секунд вращение на периферии меняет знак, а амплитуда ветра увеличивается в пять раз.

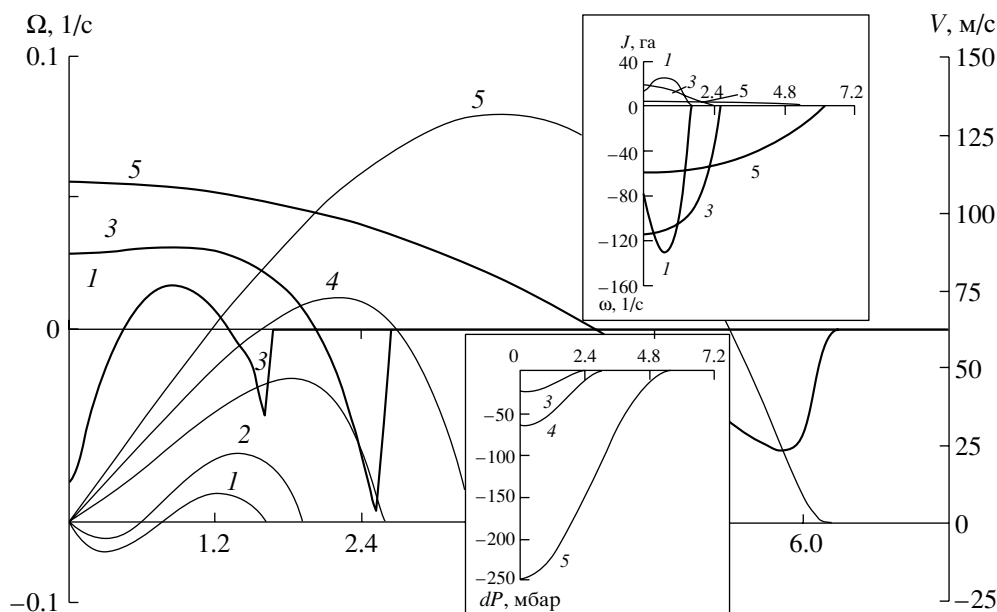


Рис. 3. Расчет радиальных профилей суперторнадо класса F-5 в последовательные моменты времени: 8.45 с (1); 31 с (2); 2 мин 1.1 с (3); 5 мин 1.4 с (4); 40 мин 1.1 с (5).

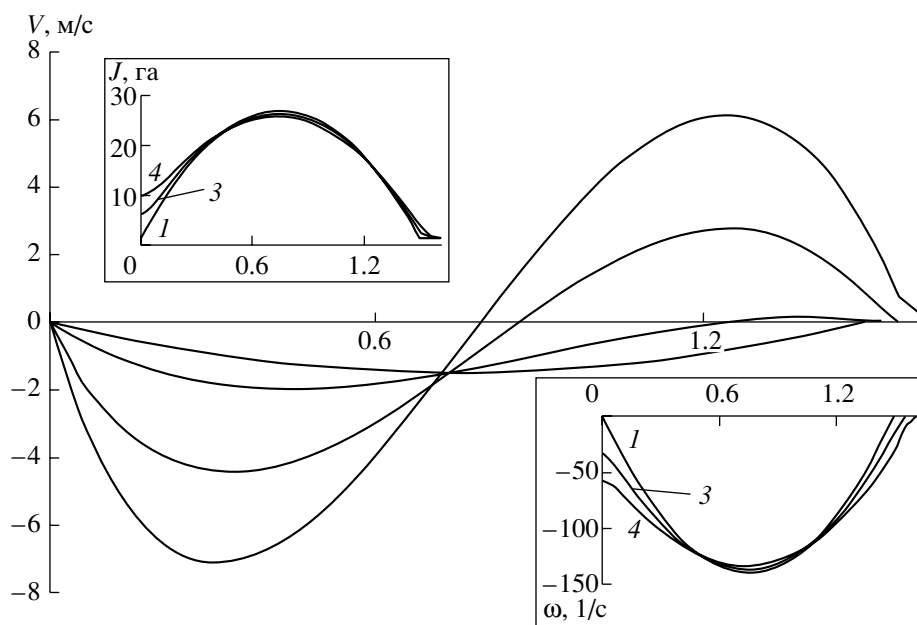


Рис. 4. Первые секунды жизни торнадо: 0 с (1); 0.52 с (2); 2.36 с (3); 5 с (4).

Назовем “предельными профилями” радиальные распределения физических величин на момент времени T . В обоих случаях предельные профили (приблизительно кривые 5 на рис. 2 и рис. 3) характеризуются обратным вращением мезо- и макроструктур. При меньших значениях Π_m и Π_v (и, соответственно, меньших K) возможны другие предельные профили, например, с однонаправленным вращением в центре и разнонаправ-

ным на периферии, а при еще меньших – однонаправленное вращение. При этом во всех случаях суммарный вихрь F не меняет знак и совпадает по знаку с мезозавихренностью ω . Отметим симметрию: предельные профили при $\Pi_{m1} < \Pi_{m2}$, $\Pi_{v1} < \Pi_{v2}$ подобны (а, возможно, и совпадают) с профилями для Π_{m2} , Π_{v2} при определенном $t < T(\Pi_{m2}, \Pi_{v2})$. Другой важный результат состоит в том, что предельные профили универсальны и “не по-

мнят”, как показали дополнительные расчеты, о начальных профилях при заданных критериях подобия. Например, профили для торнадо на рис. 3 могут быть получены и при нулевых начальных значениях макроскорости: $V(0, r) = 0$ (при этом значение V_0 , входящее в числа Π_m и Π_v , должно быть именно характерной скоростью для данного явления, а не максимальной скоростью в начальный момент). Подобная эволюция замкнутых термодинамических систем, состоящих из взаимодействующих подсистем, известна в физике как явление самоорганизации диссипативных структур [13].

В заключение отметим, что первым, кто обратил внимание на связь смерчей с вихрями в окружающей их атмосфере, был русский ученый А. Михайлов [2, с.192]. Гипотезу А. Михайлова о порождении смерчей вихревыми образованиями поддержали А. Wegener, С. Brooks, Т. Fujita (заметивший сходство внутреннего строения торнадо и ураганов) и другие ученые [2, 4], анализировавшие результаты визуальных и радарных наблюдений. В данной работе эта гипотеза получила математическое подтверждение, причем процесс образования торнадо и ураганов носит характер самоорганизации мезовихрей, обменивающихся энергией со средним круговым течением.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Россби К.Г. В кн.: Атмосфера и океан в движении. М.: Изд-во иностр. лит, 1963. С. 9–61.
2. Наливкин Д.В. Ураганы, бури и смерчи. Л.: Наука, 1969. 488 с.
3. Churilov S.M., Shuchman I.G. // J. Fluid Mech. 1992. V. 243. P. 155–169.
4. Montgomery M.T., Vladimirov V.A., Denissenko P.V. // J.Fluid Mech.2002. V. 471. P.1–32.
5. Vergara J.A. Simulation of a Tornado with a Fully Compressible Clouds Model. Dissertation. USA: Univ. Maryland, 1997. 134 p.
6. Николаевский В.Н. // ПММ. 1970.Т. 34. В. 3. С. 514–525.
7. Николаевский В.Н. // ПММ.1973. Т. 37. В. 1. С. 94–105.
8. Арсеньев С.А., Николаевский В.Н. // РАЕН. Изв. секции наук о Земле. 2003. В. 10. С. 59–77.
9. Искендеров Д.Ш., Николаевский В.Н. // ДАН. 1991. Т. 319. № 1. С.124–128.
10. Искендеров Д.Ш., Николаевский В.Н. // ДАН. 1990. Т. 315. № 6. С. 1341–1344.
11. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. М: Изд-во МГУ, 1986. 328 с.
12. Голицын Г.С. // ДАН. 1997. Т. 354. № 4. С. 535–538.
13. Васильев В.А, Романовский Ю.М, Яхно В.Г. Авто-волновые процессы. М.: Наука, 1987. 240 с.